Introduction au calcul scientifique avec Matlab

TP1

Correction

Exercice 1.

Trouvez la fonction qui donne les valeurs propres d'une matrice. Tapez help de cette fonction.

Réponse :

La fonction qui permet de calculer les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres d'une matrice est : eig

>> help eig
Donne toutes les informations sur l'utilisation de cette fonction

Exercice 2.

Construire :

1. Une suite partant de -8 et allant à -5 par pas de 0.25.
2. Une suite décroissante d'entiers de 15 à 3.
3. Une suite de longueur 100 de $-\pi$ à π.

Réponse :

1. >> -8:0.25:-5

2. >> 15:-1:3

3. >> linspace(-pi,pi) ou >>linspace(-pi,pi,100)

Exercice 3.

Ecrire la matrice carrée M d'ordre 12 contenant les entiers de 1 à 144 rangés par ligne.
Extraire de cette matrice les matrices suivantes :

1. La sous-matrice formée par les coefficients a_{ij} pour i = 1, … , 6 et j = 7, …,12 ;
2. celle des coefficients a_{ij} pour (i, j) $\in \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}^2$;
3. celle des coefficients a_{ij} pour i + j pair.

Réponse :

>> M = [1:12 ; 13:24 ; 25:36; 37:48; 49:60; 61:72; 73:84; 85:96; 97:108; 109:120; 121:132; 133:144]

1. >> M(1:6, 7:12)
2. >> M([1 2 5 6 9 10],[1 2 5 6 9 10])
3. Il y a deux sous matrices des coefficients a_{ij} pour i + j pair

- La première sous matrice est celle où i est impaire et j est paire >> M(1:2:12, 2:2:12)
- La deuxième sous matrice est celle où i est paire et j est impaire >> M(2:2:12, 1:2:12)

Exercice 4.

Trouver une expression Matlab pour construire la matrice suivante :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 7 & 5 & 3 & 1 & -1 & -3 \\ 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 & 256 \end{pmatrix}$$

Réponse :

On remarque que :
- la première ligne est une simple suite de 1 à 7 avec un pas de 1
- la deuxième ligne est une simple suite de 9 à -3 avec un pas de -1
- la troisième ligne chaque terme i est égale à 2^i (exemple, le 4ème terme 32 = 2^4)

>> B = [1:7; 9:-2:-3; 2.^(2:8)]

Exercice 5.

Donner une expression Matlab en utilisant une simple multiplication matricielle avec la matrice B pour obtenir :

1. La somme des colonnes 5 et 7 de B
2. La dernière ligne de B
3. Une version de B en interchangeant les lignes 2 et 3

Réponse :

1. >> B * [0 0 0 0 1 0 1]' => le résultat de ce produit nous donne un vecteur colonne qui somme les termes de la colonne 5 avec la colonne 7
2. >> [0 0 1]*B
3. >> [1 0 0; 0 0 1; 0 1 0] * B

Exercice 6.

Donner une expression Matlab qui en multipliant deux vecteurs permet d'obtenir :

1. La matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

2. La matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Réponse :

1. >> [1 1 1]' * (1:5)

2. >> (0:4)' * [1 1 1]

Exercice 7.

Résolution d'un système sous-dimensionné :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 &= 2 \end{cases}$$

1. Ecrivez le système sous la forme matricielle Ax = b (donnez A et b) et calculez le rang de la matrice A.
2. Définissez la matrice B comme étant la matrice A à laquelle on a ajouté le vecteur colonne b.
3. Calculez le rang de la matrice B. Conclusion ?
4. Définissez le vecteur c = [1; 1; 1] et déterminez l'image du vecteur c par la matrice A.
5. Résolvez l'équation Ax = b.

   NB : A\b est équivalent à inv(A)*b si A est inversible.

Réponse :

1. >> A=[2 1 -3; 1 -2 1] et >> b=[1 2]' et >>rank(A)

2. >> B=[A b]

3. >> rank(B) => le résultat de cette opération est 2, cela donc veut dire que les deux équations du système sont indépendantes

4. >> c = [1; 1; 1]

   L'image du vecteur colonne c par la matrice A est le produit A*c => >> A*c

5. x = A\b